

## 10 класс

**Задача 1.** Разрежьте правильный пятиугольник на пять равных треугольников и один правильный пятиугольник меньшего размера.

**Задача 2.** Вычислите:

$$\left( \frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \frac{7+8}{9} + \dots + \frac{2017+2018}{2019} \right) + \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{673} \right).$$

**Задача 3.** Числа от 1 до 50 написаны на карточках. Можно ли разложить эти карточки в 11 мешков (чтобы в каждый мешок попала хотя бы одна карточка) так, чтобы в каждом мешке произведение чисел на карточках делилось на 9?

**Задача 4.** Квадрат  $ABCD$  вписан в окружность  $\omega$ . На меньшей дуге  $CD$  окружности  $\omega$  выбрана произвольная точка  $M$ . Внутри квадрата отмечены такие точки  $K$  и  $L$ , что  $KLMD$  — квадрат. Найдите  $\angle AKD$ .

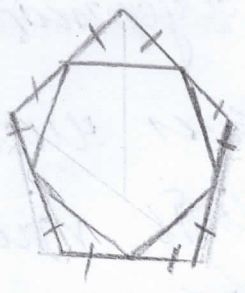
**Задача 5.** Дано положительное число  $a$ . Известно, что уравнение  $x^3 + 1 = ax$  имеет ровно два положительных корня, и отношение большего из них к меньшему равно 2018. Уравнение  $x^3 + 1 = ax^2$  также имеет ровно два положительных корня. Докажите, что отношение большего из них к меньшему также равно 2018.

**Задача 6.** Пятачок и Винни-Пух решили съесть квадратную шоколадку  $7 \times 7$ . Они поочередно по клеточкам выедают из неё кусочки: Пятачок —  $1 \times 1$ , Винни-Пух —  $2 \times 1$  или  $1 \times 2$  (кусочки можно выесть не обязательно с краю). Первый ход делает Пятачок. Если перед ходом Винни-Пуха в шоколадке не осталось ни одного кусочка  $2 \times 1$  или  $1 \times 2$ , то вся оставшаяся шоколадка достаётся Пятачку. Кто из друзей сможет съесть больше половины всей шоколадки вне зависимости от действий второго?

Письменная олимпиада.

За полное решение каждой задачи даётся 4 балла.

ω 1.



05

ω 3.

Нет нельзя.

так как чтобы число делилось на 9 надо, чтобы при разложении на простые множители в это число было  $3^2$

Таким образом выберем сразу все числа, которые делятся на 9. и засунем их в разные мешки.  
1. - это обозначение

- 1) 9    2) 18    3) 27    4) 36    5) 45.

Далее нам необходимо все тройки, то возьмем числа, в которых по 1 - тройки и умножим их, тогда в полученном результате, при разложении на прост. множители. будут 2 тройки и число будет делиться на 9 точно также

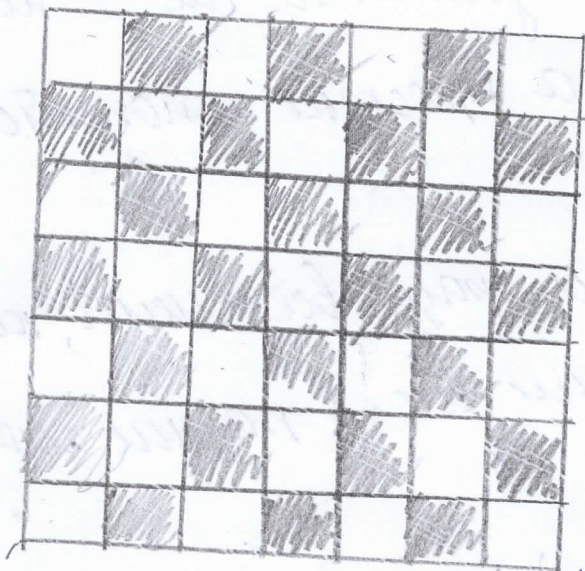
- 6) 3, 6    7) 11, 15    8) 11, 24    9) 39, 42    10) 30, 33.

Остается число 48 в котором есть одна тройка,

но больше ни одно число не содержит в разложении на простые множители число 3, а значит больше нельзя получить произведение чисел при которых получается число которое

Ответ: нельзя. 45

56.



Зокрасили шоколадку шахматной раскраской. Всего будет 25 белых и 24 черные дольки. Катерин своим ходом Винни-Пух ест одну белую и одну черную дольку, т.к. нет двух долек одного цвета, соседних по стороне. Пусть Лягушк своим ходом

ест только черные дольки. Все черные дольки кончатся не позже, чем на 24-ый ход Винни,  $\Rightarrow$  Винни съест  $\leq 24$  - долек шоколада, а остальные съест Лягушк  
 Ответ: Лягушк. 48